Revista de Investigación e Innovación Científica y tecnológica GnosisWisdom
ISSN: 2789-4282

Artículo original
Volumen 2, Número 3, Setiembre - Diciembre 2022

Formas de Representación Matemática en el Aprendizaje de Fracciones de los estudiantes del Cuarto Grado de Primaria

Forms of Mathematical Representation in the Learning of Fractions of the students of the Fourth Grade of Primary School

Autores

Miguel Angel Calderon Castañeda ORCID
Unidad de Gestión Educativa Huancavelica, Perú

https://doi.org/10.54556/gnosiswisdom.v2i3.47
Fecha de publicación: 2022/12/29
Fecha de aceptación: 2022/09/20

RESUMEN

El presente artículo de investigación tuvo el objetivo principal de determinar la influencia de la aplicación de las formas de representación matemática en el aprendizaje de las fracciones en el cuarto grado de una institución educativa de Educación Primaria.

El método experimental ha permitido explicar el efecto que produjo la aplicación de las diferentes formas de representación matemática planteada por Marshall y colaboradoras, como variable experimental, en el aprendizaje de las fracciones, mediante el desarrollo de sesiones de aprendizaje, el que se midió en dos momentos, con una prueba de entrada y de salida con un solo grupo integrado por 21 estudiantes. Los resultados obtenidos demuestran que, la aplicación de las formas de representación matemática, ha permitido

generar cambios en el aprendizaje de las fracciones de la muestra seleccionada, donde al concluir el estudio, el 47,6% de estudiantes se halla en el nivel satisfactorio, a comparación del 0,0% al inicio de la investigación. Se concluyó que, la aplicación y uso pertinente y permanente de las formas de representación matemática por parte de los estudiantes, ha contribuido en el uso de herramientas cognitivas, que comprendan mejor la noción y resuelvan problemas de fracción parte-todo con cantidades continuas y discretas con mayor eficacia.

Palabras clave: *Representación, representación matemática, fracciones parte-todo, cantidades continuas y discretas.*

ABSTRACT

The present research article had the main objective of determining the influence of the application of the forms of mathematical representation in the learning of fractions in the fourth grade of an educational institution of Primary Education.

The experimental method has made it possible to explain the effect produced by the application of the different forms of mathematical representation proposed by Marshall and collaborators, as an experimental variable, in the learning of fractions, through the development of learning sessions, which was measured in two moments, with an entrance and exit test with a single group made up of 21 students. The results obtained show that the application of the forms of mathematical representation has allowed

generate changes in the learning of the fractions of the selected sample, where at the end of the study, 47.6% of students are at the satisfactory level, compared to 0.0% at the beginning of the investigation. It was concluded that the pertinent and permanent application and use of the forms of mathematical representation by students has contributed to the use of cognitive tools, which better understand the notion and solve part-whole fraction problems with continuous and discrete quantities. more effectively.

Keywords: *Representation, mathematical representation, part-whole fractions, continuous and discrete quantities.*

INTRODUCCIÓN

Las razones que motivaron el desarrollo del mismo, obedece estrictamente al aspecto didáctico del aprendizaje y enseñanza de la matemática, específicamente del aprendizaje de las fracciones en el cuarto grado, en vista que, los resultados de las evaluaciones estandarizadas en el Perú, por ende en la región Huancavelica, demuestran bajos resultados, tal como señalan los informes del Ministerio de Educación, problemática que seguramente, tiene aristas diferentes de explicación causal, sin embargo, considero se debe también, a un problema específico de comprensión y metodología asumida en la enseñanza y aprendizaje. El estudio se fundamentó en lo señalado por Duval, (1995) sobre la vital importancia de las representaciones en el aprendizaje de la matemática, la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación y que los estudiantes también deberían ser capaces de reconocer el mismo objeto matemático de conocimiento en otros contextos de representación y usarlos. Asimismo, se tuvo en cuenta las formas de representación planteadas por Marshall, Castro y Canty, (2010) también asumido por el Ministerio de Educación para fundamentar las Rutas de Aprendizaje de Matemática en los 3 niveles educativos, con algunas adaptaciones, quienes consideraban que traducir y moverse con flexibilidad entre las representaciones es un aspecto clave de la comprensión matemática de los estudiantes (p. 39) y que esas representaciones pueden ser las expresiones verbales y escritas, las concretas y pictóricas, los gráficos, las tablas y las expresiones simbólicas (p. 40).

Como antecedentes de estudio, se tiene a Martínez y Meza, (2017) que concluyeron que se obtenían cambios favorables en la comprensión del proceso de la adición con fracciones como parte de un todo utilizando el juego de las regletas A3, y que estos cambios se evidencian en los procesos llevados a cabo por los estudiantes a través de las diferentes representaciones matemáticas. Por su lado, Niño y Raad, (2018) arribaron a la conclusión de que, era necesario fortalecer el estudio de la fracción y su relación como parte-todo, tanto por parte de los docentes como de los estudiantes, y que, con frecuencia, el manejo de la fracción se realiza en las aulas con una orientación docente que hace más difícil la comprensión de esta. Asimismo, para que los estudiantes logren dominar todos los aspectos relacionados a las fracciones (todo-parte y parte-todo), se exige un recorrido previo que denota comprensión, y sólo así, el estudiante estará en la capacidad de manejar los atributos de la fracción, sus contextos y representaciones. En cambio, para Vieyra, (2010) los alumnos de 7 y 8 años, frente a un problema de repartición no rutinario, utilizan diferentes tipos de representaciones para resolverlo, por lo tanto, consideran que el maestro, al escoger sólo problemas aritméticos de repartición rutinarios, quita al alumno la posibilidad de resolverlo mediante la utilización de varios tipos de representaciones, además se debe tener en cuenta, que aparte de la representación a través del lenguaje matemático propiamente dicho, que las representaciones a través del dibujo o el lenguaje verbal escrito son importantes, valorando de éste modo las "matemáticas informales" de los estudiantes. Además, Castro, (2017) halló en su estudio que, los docentes en formación, el grupo sometido a estudio, tienen serias dificultades en la comprensión de las fracciones, verbigracia, solo mostraban leer y escribir numéricamente una fracción propia o impropia sin contexto alguno, representaban gráficamente algunas fracciones propias y lo hacían solo de manera parte-todo con cantidades continuas y que no manejaban fracciones equivalentes, no atendían al «todo» en una expresión y solo usaban una representación de la fracción, generalmente la numérica, señalando que, trabajar los diferentes significados de la fracción permite profundizar en el concepto mismo y en sus diferentes representaciones, y que, abordar el aprendizaje de las fracciones con diferentes materiales y representaciones y en diferentes contextos, hace posible relacionar estos conceptos con otras nociones matemáticas y lograr así aprendizajes significativos.

El estudio se sustenta fundamentalmente en dos teorías, la primera es la teoría de las representaciones semióticas de Raymund Duval, (2006b), en el aprendizaje de las matemáticas, el uso y acceso a las representaciones semióticas, son indispensables y cruciales, ya que permite la adquisición y comprensión de un contenido matemático, producto de las transformaciones que podemos realizar con ellas, los tratamientos y conversiones. Considera que ambos tipos de transformaciones semióticamente van separadas y que su funcionamiento es diferente e independiente. En el desarrollo de cualquier actividad matemática, se movilizan de manera paralela o a veces alternada, de manera explícita o a veces implícita, pero siempre están presentes. Lo que podría sintetizarse en la siguiente frase: las dos formas de transformaciones "yacen en el corazón de la actividad matemática" (p. 80). La conversión es una de las formas de transformar la representación de objetos, eventos, informaciones o relaciones, consiste en cambiar la representación de objetos matemáticos de un sistema semiótico a otro registro de representación, sin cambiar los objetos matemáticos (Oviedo, et al., p. 32). En cambio, el tratamiento es otra forma de transformación que consiste en transformar una representación inicial a otra representación (de llegada o final) pero en el mismo registro, teniendo en cuenta su naturaleza y sus propias reglas. En otros términos, se refiere a todas las múltiples manipulaciones que se puede hacer de un tipo de representación o de la información que ella contiene, pero manteniendo el mismo registro semiótico (Duval, 2016a; Duval, 2016b; Duval, 2009). Así lo entienden Oviedo y colaboradores, (2012) cuando señalan que, el tratamiento de una representación es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada (p.32).

A partir de los planteamientos de D'Amore, (2001) y Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen y Gorrochategui, (2012) se ha elaborado los siguientes gráficos que explican didácticamente estos dos conceptos:

Figura 1

Ejemplos de conversión

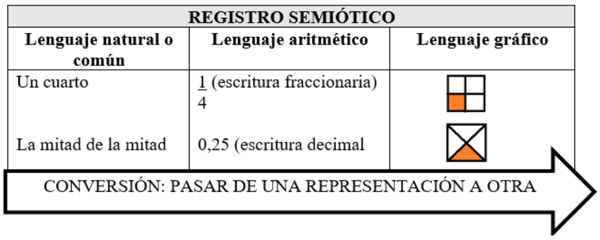
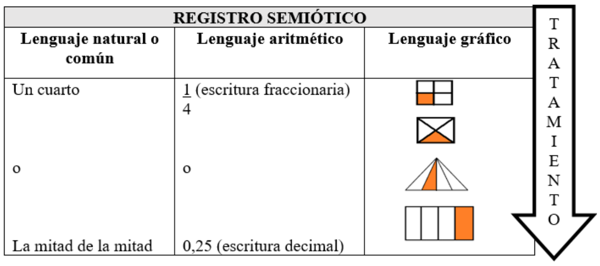


Figura 2

Ejemplos de tratamiento



El segundo planteamiento es de los autores Marshall, Castro y Canty, (2010) que consideraban que las representaciones matemáticas son palabras, imágenes, dibujos, diagramas, pantallas gráficas y expresiones simbólicas, así como las representaciones concretas, donde cada categoría se caracteriza por sus propias reglas de uso y relaciones. Sin embargo, más allá del planteamiento de las múltiples formas de representación, es necesario destacar cuál es el trasfondo de la propuesta. Señalaron que, traducir, transitar o movilizarse con flexibilidad entre las diferentes representaciones es un aspecto sustancial para la comprensión de las matemáticas. Generar oportunidades para que los estudiantes hagan conexiones entre representaciones múltiples permitirá que las matemáticas sean significativas, y pueda ayudarlos a entender, que un contenido matemático es una red de ideas interconectadas, más allá de una simple colección de procedimientos, reglas o fórmulas arbitrarias y no conectadas. Consideran que, un aspecto importante del desarrollo de una sólida comprensión de las matemáticas es no solo saber cómo usar una representación en situaciones de resolución de problemas, sino también poder hacer conexiones entre representaciones (p. 40).

Cabe destacar que, Ministerio de Educación, (2015, pp. 26-27) tomó en cuenta la propuesta de estas estudiosas, haciendo algunas adaptaciones, precisando que estas formas de representación coadyuvarían en el aprendizaje de los conocimientos matemáticos, considerando las representaciones simbólicas, significan expresar, operar o trabajar con ideas matemáticas utilizando números, variables y otros símbolos. Es una representación abstracta; las representaciones concretas, implican el uso de objetos concretos para manipular, mostrar, expresar, operar o trabajar ideas matemáticas (verbigracia, palitos, piedritas, Base Diez, regletas de colores, cubos); las representaciones gráficas que permiten ilustrar, exponer, o trabajar las ideas matemáticas utilizando gráficos diversos, diagramas, tablas, imágenes, rectas numéricas y otras. Las representaciones pictóricas, la diversidad de dibujos que podemos hacer de los objetos, son relativamente simples, permiten abstraer los significados o contenidos matemáticos, hacer explícito lo que no necesariamente es evidente; y las representaciones vivenciales, todas aquellas acciones que podemos realizar de manera objetiva, con la intervención de los propios estudiantes, representando situaciones y realizando acciones, asumiendo roles, compartiendo reglas, etc. Situaciones y acciones con contenido matemático, el propósito es que los estudiantes vivencien con su cuerpo y sus sentidos experiencias matemáticas o experiencias con contenido matemático. Empero, sobre la propuesta de las estudiosas norteamericanas, debemos rescatar la representación por medio de la palabra, ya que la propia experiencia en el desarrollo experimental de la investigación ha quedado demostrada su importancia y utilidad. Y que en la propuesta del Ministerio de Educación señala que estas diversas representaciones finalmente permiten la capacidad de expresar las ideas matemáticas de forma oral y escrita.

Sobre las fracciones, Kieren, (1980) citado por Gómez y Pérez, (2015) considera la relación parte-todo como un todo continuo o discreto subdividido en partes iguales, indicando como fundamental la relación que existe entre el todo y un número designado de partes. Esta relación parte-todo sirve de base para la construcción de los otros enfoques. También Perera y Valdemoros, (2009) refiriéndose a Thomas Kieren, (1983) dice que, este autor reconoce varios constructos intuitivos (medida, cociente, operador multiplicativo y razón), en los que subyace el conocimiento de la fracción. Además, identifica un quinto constructo intuitivo: la relación parte-todo que sirve de base para la construcción de los otros cuatro citados anteriormente (p.33).

Todos estos fundamentos, se tuvo en cuenta para experimentar la aplicación de las formas de representación matemática en el aprendizaje de las fracciones parte-todo con cantidades continuas y discretas en el cuarto grado de Educación Primaria.

El primer indicio para emprender el estudio, es lo que proponía el Ministerio de Educación, en las Rutas del Aprendizaje sobre las diferentes formas de representar un contenido matemático a través de las cuáles adquieren significado y mejor comprensión para los estudiantes; las mismas, que han sido considerados como parte de los procesos didácticos de la Matemática. Procesos didácticos que deberían contribuir a la construcción de aprendizajes, debido a que les permite transitar del pensamiento concreto al pensamiento abstracto (2015a, pp. 26-27). Planteamiento que fue sustentado en lo propuesto por Marshall y colaboradoras (2010), que consideraron que las representaciones matemáticas son palabras, imágenes, dibujos, diagramas, pantallas gráficas y expresiones simbólicas (p. 40) y que la traducción de una representación a otra es una habilidad compleja que requiere el conocimiento de las representaciones involucradas (p. 40). Por lo tanto, fue importante realizar la investigación para sustentar y profundizar teóricamente esta propuesta, en base a lo planteado por Raymund Duval y Marshall, Castro y Canty, tal como se hizo; pero también fue importante porque se pudo aplicar las formas de representación matemática en la práctica, en el desarrollo de sesiones para el aprendizaje de las fracciones parte – todo con cantidades continuas y discretas con estudiantes del cuarto grado de Educación Primaria, para demostrar en la práctica la relevancia de las formas de representación matemática. Por lo tanto, el objetivo central fue determinar la influencia de la aplicación de las formas de representación matemática en el aprendizaje de las fracciones en el cuarto grado

METODOLOGÍA

El estudio es de tipo aplicado y de nivel explicativo. El método empleado fue el experimental, porque debía organizarse intencionalmente ciertas condiciones, “De acuerdo con un plan previo, con el fin de investigar las posibles relaciones causa efecto exponiendo a uno o más grupos experimentales a la acción de una variable experimental y contrastando sus resultados con grupos de control o de comparación” (Sánchez y Reyes, 1985, p.30). Para lo cual, se ha elaborado un instrumento de investigación (prueba escrita) que se aplicó a un grupo de estudio, antes de la aplicación de la variable experimental, es decir, las formas de representación matemática, luego del cual se aplicó una prueba de salida, para deducir el efecto que produjo, de un modo comparativo para establecer las relaciones de causa y efecto.

El diseño seleccionado para la investigación es el Pre experimental con preprueba y posprueba con un solo grupo. La muestra estuvo conformada por 21 estudiantes que integran la sección "A" del cuarto grado de una institución educativa pública del nivel primaria, donde 14 estudiantes son niños y 7 son niñas, que oscilan entre los 9 y 10 años de edad. La selección de la muestra se realizó mediante un muestro no probabilístico, el muestreo fue intencional.

El instrumento que se empleó es una prueba escrita ad hoc, la validez del instrumento fue de contenido, mediante juicio de expertos, siendo 4 los jueces que validaron el instrumento. Se elaboró este instrumento teniendo que, el instrumento debe recoger evidencia del uso de los sistemas de representación, el empleo coordinado de diversas formas de representación matemática.

Está constituido por 8 ítems, algunas de selección múltiple y otras de desarrollo, cada una de ellas asociadas a uno o más tipos de representación matemática; asimismo, 4 ítems se formularon con cantidades continuas y los otros con cantidades discretas. Lo que permitió recoger información sobre los cambios ocurridos antes y después de la intervención pedagógica.

La recolección de datos se realizó mediante un plan de acción, luego de haber validado el instrumento, se procedió a realizar las coordinaciones con la dirección de la institución educativa, así como con el docente de la sección elegida. Para iniciar la intervención pedagógica, en principio se aplicó la prueba de entrada a todos los estudiantes de la muestra seleccionada, luego del cual, se desarrollaron 10 sesiones de aprendizaje aplicando las formas de representación matemática en el desarrollo de las fracciones parte – todo, teniendo en cuenta lo establecido en el Currículo Nacional de la Educación Básica en lo concerniente al área, competencias y estándares para el grado de estudios, finalmente, se aplicó el mismo instrumento como prueba de salida. Procediéndose a realizar el procesamiento y análisis de datos, la cuantificación de los datos obtenidos con el instrumento, elaboración de una base de datos, procesamiento estadístico, la interpretación de los datos obtenidos y establecer la influencia en el grupo experimental.

RESULTADOS

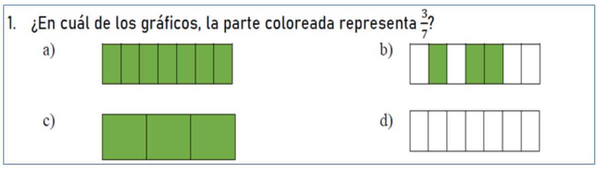
Los resultados obtenidos con la aplicación de la prueba de entrada, es que, ningún estudiante alcanza el nivel satisfactorio, solo 1 estudiante, que representa el 4,8% alcanza el nivel en proceso, es decir, los estudiantes logran parcialmente los aprendizajes esperados y evaluados (comprensión de las fracciones como parte-todo con cantidades continuas y discretas), se encuentra en camino de lograrlos, pero todavía tiene dificultades. Mientras que el 85,7 %, es decir, 18 estudiantes alcanzan el nivel en inicio, o sea el estudiante logró aprendizajes muy elementales respecto a lo esperado y evaluado. Sin embargo, hay 2 estudiantes, que representan el 9,5 %, están en el nivel previo al inicio, es decir, que no alcanzan ni las condiciones básicas o elementales de conocimiento de las fracciones (Resultado para cada objetivo).

Mientras que, en la prueba de salida los resultados muestran que, ningún estudiante se halla en el nivel previo al inicio, los dos estudiantes, que antes de desarrollar las sesiones se encontraban en esa condición, transitaron a otro nivel. Y que, sólo un estudiante, es decir, el 4,8% se encuentran en el nivel en inicio, incrementándose la proporción de estudiantes que se hallan en el nivel en proceso a comparación de la prueba de entrada, se tiene un 47,6 % en este nivel, es decir 10 estudiantes, que logran parcialmente los aprendizajes esperados y evaluados, que se encuentran en camino de lograrlos, pero todavía tenían dificultades. Y otros 10 estudiantes que representan el 47,6 % se encuentran en el nivel satisfactorio, es decir son los estudiantes que logran los aprendizajes esperados y evaluados (comprensión de las fracciones como parte-todo, con cantidades continuas y discretas).

DISCUSIÓN

La interpretación y comparación de resultados se realizó ítem por ítem.

a) Comparativo ítem 1



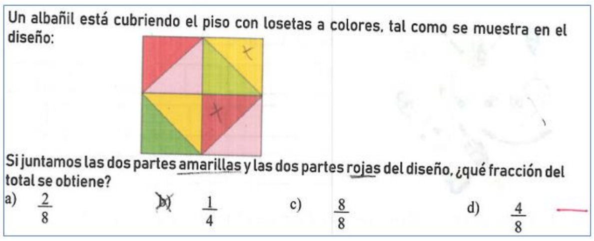
Sobre este ítem, los resultados comparados de la prueba de entrada y de salida fueron los siguientes: en la prueba de entrada 17 estudiantes, es decir el 81% respondieron correctamente, mientras que solo un 19%, es decir 4 estudiantes respondieron incorrectamente. En la prueba de salida hubo un pequeño incremento, son 19 estudiantes, el 90,5%

que respondieron correctamente y solo 2 estudiantes, el 9,5% respondieron incorrectamente. Esta es una actividad muy frecuente en las sesiones de aprendizaje, identificar la representación gráfica de una fracción, y casi siempre se presenta en un formato circular o cuadrangular, por lo tanto, resulta siendo una actividad común y nada compleja.

b) Comparativo ítem 2

Inicialmente en la prueba de entrada solo 33,3%, es decir, 7 estudiantes respondieron correctamente, y el 66,7% o sea 14 estudiantes respondieron incorrectamente. Pero en la prueba de salida, esa condición cambió, respondiendo correctamente el 76,2%, es decir, 16 estudiantes y solo 5 estudiantes, que representan 23,8% respondieron equivocadamente. Observándose un real incremento de estudiantes que llegan a desempeñarse en este tipo de actividades, relacionadas a las partes de un todo.

Sin embargo, es necesario precisar que, en esta pregunta, se requería identificar el total de partes, luego identificar las porciones de color rojo y amarillo, juntarlos, y producto de la relación parte con el todo, reconocer que son 4 de 8 la fracción que representan. A partir de una representación gráfica debían identificar su representación simbólica. La relación que establecieron en la prueba de entrada, en su mayoría no es la correcta, casi todos marcaron como respuesta ¼, inclusive en la prueba de salida. Veamos un ejemplo:

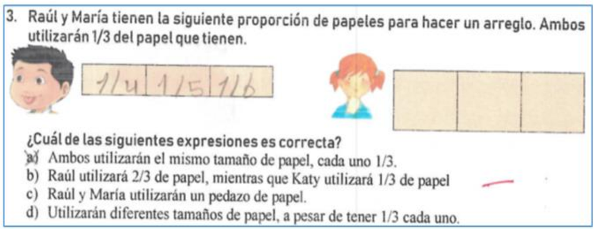


Se puede deducir, que el estudiante o no sabe la respuesta correcta y propone un resultado al azar (Sánchez, 2001), o que los estudiantes tuvieron un "defecto de comprensión", en la medida que no entendieron la acción que debieran realizar y qué les pedía hallar, o sucedió una "aplicación sistemática de procedimientos erróneos", primero tuvieron que discriminar que son dos porciones amarillas y dos porciones rojas, tal como se observa en el gráfico y en el enunciado del problema, pero solo consideraron una porción amarilla y otra roja, las juntaron y luego asumieron que el diseño solo tiene 4 partes, no distinguieron las pequeñas partes triangulares, por lo tanto, señalaron que la respuesta es ¼, atribuyendo este error a la presentación tradicional de una fracción, un cuadrado grande dividido en cuadrados pequeños. Por otro lado, podría ser que, no consideraran el valor de cada porción independientemente, sino considerar que siendo del mismo color valen y son lo mismo.

c) Comparativo ítem 3

Hubo un el cambio significativo en el aprendizaje de los estudiantes, si en la prueba de entrada solo el 47,6% respondieron correctamente, es decir 10 estudiantes, luego de la intervención pedagógica, llegaron a ser 17 estudiantes que representan el 81%. Mientras que, los que respondieron incorrectamente, descendió de 52,4% a 19,0%, es decir de 11 estudiantes a 4.

Esta actividad requería hacer una acción de conversión o traducción, según el marco teórico, pues a partir de una representación gráfica debería realizar una representación léxica o con lenguaje natural (con palabras). Sin embargo, la respuesta incorrecta y frecuente fue "Ambos utilizarán el mismo tamaño de papel, cada 1/3", como podremos observar en la siguiente evidencia:

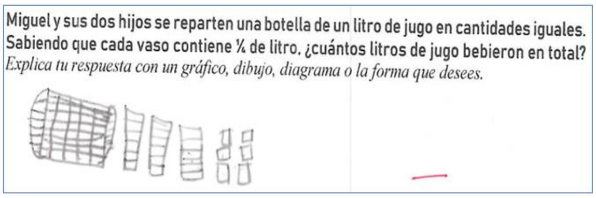


Para expresar sus respuestas, los estudiantes, solo identificaron de que cada unidad o entero tienen 3 partes, pero no hicieron la relación de tamaño en ambas situaciones o simplemente no tomaron importancia del tamaño de los papeles a pesar de tener la misma cantidad de partes. Este error de los estudiantes deviene de que es muy poco usual este tipo de experiencias de representación de fracciones, primero porque generalmente se trabaja el modelo circular o cuadrangular, por el abuso de representaciones continuas, normalmente vinculadas al círculo (Sánchez, 2001), por otro lado, otra causa es que, lo usual es partir de enunciados verbales o escritos para representarlo gráficamente, o a partir de representaciones verbales identificar su representación gráfica.

d) Comparativo ítem 4

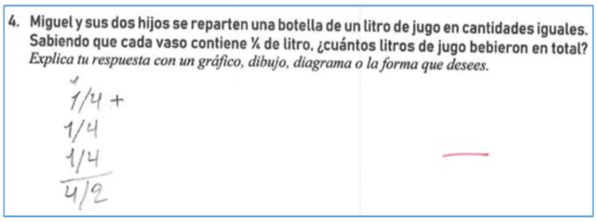
En la prueba de entrada ninguno de los estudiantes respondió o desarrolló esta actividad, en cambio en la prueba de salida hubo un 66,7%, es decir 14 estudiantes que respondieron correctamente, lo que permite observar el cambio significativo en el aprendizaje de los estudiantes. Y que del total de estudiantes que inicialmente respondieron incorrectamente, en la situación final descendieron a 33,3%, es decir a 7 estudiantes, que todavía tenían las mismas dificultades. Es menester, precisar que esta actividad es de alta demanda cognitiva, a diferencia de las dos primeras, para resolver el problema tenían que explicar el procedimiento seguido mediante cualquier tipo de representación.

Veamos algunas evidencias de los errores que cometen los estudiantes:

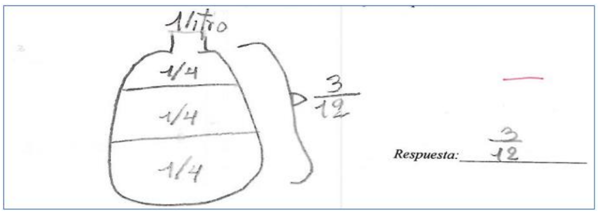


Se observa que, no traducen lo que expresa el problema. El estudiante no ha asimilado el concepto de número fraccionario – por eso - recurre al empleo de los esquemas asimiladores anteriores (el número natural) (Pruzzo, 2012). Es notorio que ha representado una centena, 3 decenas y 6 unidades con material Base diez, lo que no tiene absoluta relación con el problema plateado.

Veamos otras evidencias:

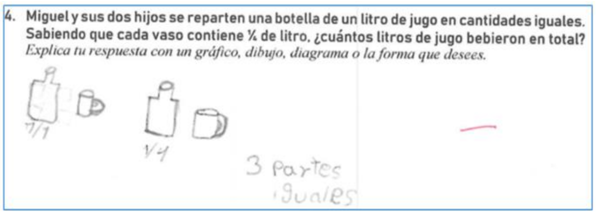


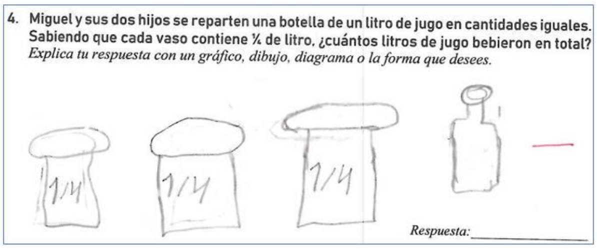
En esta evidencia el estudiante, sumó los denominadores y le aplicó la técnica operativa de la adición de los números naturales, 4+4+4=12, se ubica la unidad 2 y se lleva la decena, luego suma 1+1+1+1=4, como si fueran números naturales, y escribe como respuesta 4/2.



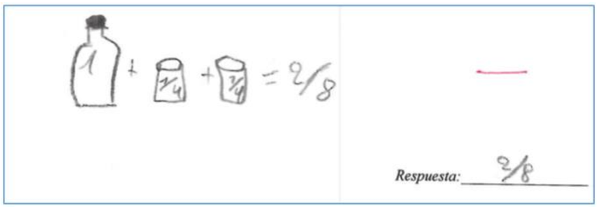
En este caso, el estudiante sumó los denominadores 4+4+4=12, y 1+1+1=3, y como respuesta escribió 3/12. Empero cabe resaltar, que si identificaron las partes que les correspondía a los tres personajes del problema, pero no dividieron la unidad o el todo en las partes que correspondía, esto porque no tiene claro la comprensión de la noción de una fracción. Según Fazio y Siegler, (2011) el error común de intentar sumar fracciones agregando primero los numeradores y luego los denominadores se debe, en parte, a no entender que las fracciones son números con magnitudes (p.10).

Entonces no es la aplicación incorrecta de la operación, porque aún sin conocer la técnica operativa de la adición de fracciones, podrían haberlo realizado si graficaban o representaban el litro de jugo y las partes requeridas, y solo juntaban las partes que correspondían a los tres personajes. Al igual que Pruzzo y Sánchez, (2001) refiere que estos "errores … tienen su origen en la similitud que tanto en el lenguaje como en el simbolismo presentan con los números naturales. La consecuencia es que el niño en ocasiones trata de utilizar sus conocimientos de cálculo con los números naturales, para lo cual extrapola a las fracciones las reglas y algoritmos de aquellos."





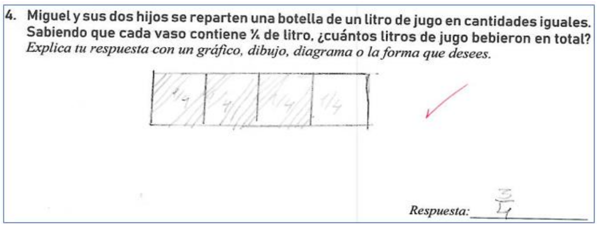
En estas dos evidencias, no relacionan la parte con el todo y no identifican lo que pide hallar el problema. No han establecido la relación "parte-todo", que se presenta cuando un "todo", continuo o discreto, se divide en partes "congruentes" (Quispe, 2011).



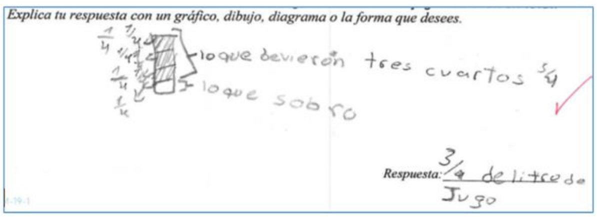
En este caso, no identificó los datos del problema, que se trataba de "Miguel y sus dos hijos", tendrían que haber 3 vasos, sin embargo, también está indicando que la botella se tendría que sumar con los vasos, no diferencia las partes del todo.

Estas fueron las respuestas que más presentaron los estudiantes, entre otros que dejaron en blanco otros que respondieron fuera de contexto. Es necesario puntualizar, que esta no es una presentación usual de un problema de fracciones, estamos hablando de fracciones con cantidades continuas, que podría ser un litro de gaseosa, un kilo de arroz, cuartos de pollo, etc., pero que no son presentados a los estudiantes. Es importante destacar que Pruzzo, (2012) plantea “Para que el niño consiga una comprensión amplia del concepto de fracción se le debe plantear experiencias con la mayoría de interpretaciones…” en ese sentido los estudiantes deberían trabajar con fracciones “En cantidades continuas (entendidas como superficies: torta campo, pizza, etc., pero también como líquidos: agua, leche, jugos; y en este sentido entra a jugar el concepto de medida de capacidad, pero no solo usando la unidad convencional (litro) sino haciendo medir los líquidos con vasos u otros recipientes)” (p. 6). Por esta razón, es que la actividad planteada en el ítem 4 resulta siendo más complejo y dificultoso para los estudiantes.

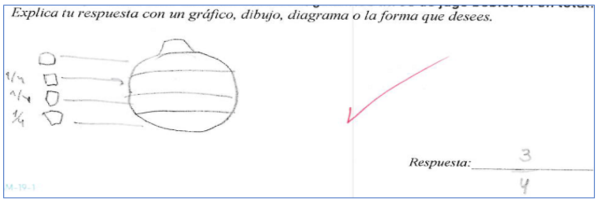
Pero luego de la ejecución de las sesiones de aprendizaje, basados en brindar a los estudiantes las oportunidades de utilizar las diferentes representaciones matemáticas, y teniendo también como fundamento que: “Los estudiantes deben ser alentados a utilizar objetos concretos, dibujos u otras representaciones que los ayuden a resolver los problemas” (Fazio y Siegler, 2011), veamos las producciones de los estudiantes en la prueba de salida:

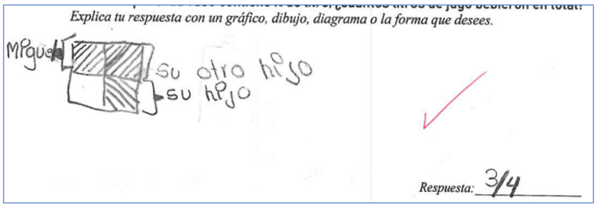


El estudiante resolvió con un simple gráfico mediante el cual representó lo expresado en el problema, luego solo junto las partes para expresar los litros que bebieron las tres personas. Asoció la representación gráfica con la representación simbólica.



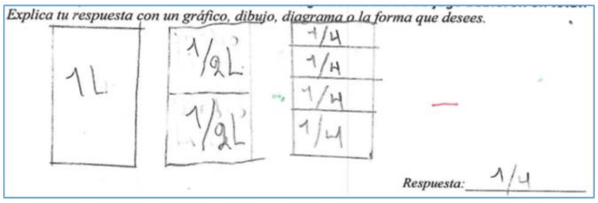
Los estudiantes están diferenciando y reconociendo las partes y el todo, han realizado una adición simple, natural y espontánea. Aquí se puede vislumbrar lo que “R. Duval sostiene que las representaciones semióticas son aquellas en las cuales la producción no puede hacerse sin la movilización de un sistema semiótico: así las representaciones semióticas pueden ser producciones discursivas (en lenguaje natural, en lenguaje formal) o no discursivas (figuras, gráficos, esquemas) (Citado por Guzmán, 1998). Además, porque “Esta producción no responde únicamente o necesariamente a una función de comunicación: puede responder también a una función de objetivación o a una función de tratamiento.”



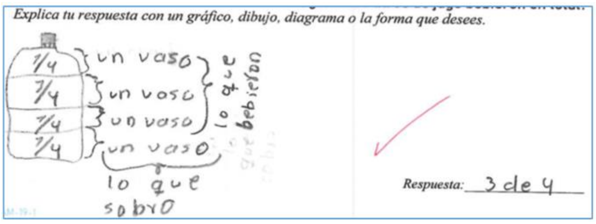


En estas evidencias, los estudiantes demuestran la comprensión de la noción de la fracción como parte-todo, han entendido que las partes en que se ha dividido la unidad lo indica el denominador de la fracción, mientras que las partes que se destacan están indicadas por el numerador (Quispe, 2011).

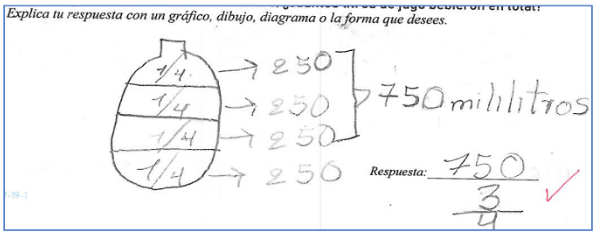
Ahora veamos, una representación gráfica realizada por un estudiante para resolver el problema:



A pesar de haber respondido equivocadamente a la pregunta, el estudiante ha representado adecuadamente el contexto del problema, hallando inclusive la equivalencia de una fracción. La mayoría de estudiantes ya no tuvieron las dificultades iniciales de reconocer el todo dividido en partes congruentes.



El estudiante está enunciando la respuesta de un modo diferente a lo usual, pero que si expresa el contexto de la fracción. Y ha expresado la respuesta en términos de una razón, aspecto que no necesariamente se abordó de manera explícita.



Este es el trabajo de un estudiante que podría demostrar el proceso de conversión que señala Duval, cambiar la representación de objetos o relaciones matemáticas de un sistema semiótico a otro es siempre un salto cognitivo (2006a), porque no solo ha dividido el todo en partes congruentes, sino ha asumido una interpretación de medida de capacidad (mililitros) y expresado la respuesta de dos formas diferentes, pero sin perder la naturaleza o contenido del problema planteado.

Es lo que Marshall et al., (2010), señalan, que para el desarrollo de "Una sólida comprensión de las matemáticas es no solo saber cómo usar una representación en situaciones de resolución de problemas, sino también poder hacer conexiones entre representaciones (p. 40).

Refiere además que, la traducción requiere "Conocimiento sobre las relaciones entre los diferentes tipos de diagramas que permiten a los solucionadores de problemas, traducir la información de una representación a otra, de modo que la nueva representación conserve la información estructural transmitida por la representación original" (p.41).

El análisis de los siguientes ítems está relacionado con fracciones, en cantidades discretas (como objetos, bolitas, caramelos, etc.). Pero, además, empleando medidas de peso (1 kg de papas, naranjas, etc.). (Pruzzo, 2012).

e) Comparativo ítem 5

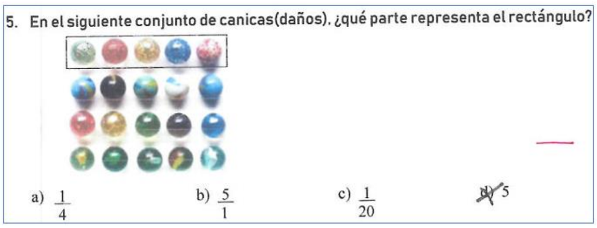
En la prueba de entrada, sólo un estudiante, que representa el 4,8% de la muestra seleccionada respondió correctamente, en la prueba de salida la cantidad de estudiantes que respondieron correctamente fueron 17, que representan el 81% del total de estudiantes.

En cambio, la porción de estudiantes que respondieron incorrectamente, que en la prueba de entrada fueron 20, lo que representa el 95,2%, descendieron en la prueba de salida a 4, lo que representa al 19% del total de estudiantes.

Analicemos las respuestas de los estudiantes en la prueba de entrada. La mayoría de estudiantes respondieron de la siguiente manera:

En este caso, la respuesta expresa que, si bien pueden tener la noción de representación simbólica, porque identifican un numerador y denominador, no expresan lo que realmente representa pictóricamente, debido a que no es una representación usual de una fracción, no reconocen la fracción como parte-todo con cantidades discretas (colecciones). Así lo expresa Ríos, (2007) que la enseñanza de las fracciones tiene una particularidad que luego genera muchas dificultades en su comprensión, la presentación de la definición bajo la interpretación parte-todo con representaciones gráficas con figuras geométricas, tales como círculo y el rectángulo. Así pues, el tratamiento de totalidad predominante es el continuo, no se considera el caso discreto (…). Este aspecto viene siendo una problemática de sistema, ya que, en los mismos textos y cuadernos de trabajo del cuarto grado del Ministerio de Educación del Perú, no aparecen actividades con cantidades discretas.

Otra cantidad de evaluados respondieron la alternativa d). Porque no reconocen que se pueda formar fracciones con este conjunto de objetos, y lo que hicieron es contabilizar los objetos independientemente.

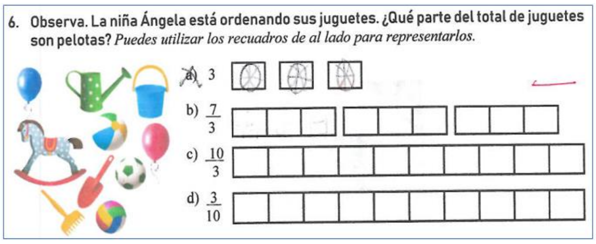


Otro pequeño grupo de evaluados, respondieron que hay "1/20" lo que significa que, interpretaron que los daños (canicas) encerrados en el recuadro representan una parte de los 20 que hay en la colección. Lo que hicieron es solamente contar el total de daños y luego identificaron que hay un subgrupo, entonces señalaron que hay 1/20. Pero no se dan cuentan que el total es 20 y que el recuadro está expresando las 4 partes iguales formadas. La dificultad se presenta debido que, aquí el todo no es una unidad (un objeto, una figura, una torta) sino una colección de objetos, y que, si se puede dividir en partes congruentes, en este caso en 4 partes. El tratamiento de cantidades continuas y cantidades discretas, necesariamente genera confusiones entre los estudiantes, más sino se ha trabajado con cantidades discretas, para ello, se requiere tener claridad en otros aspectos como, a qué se refiere cuando se hace mención a partes iguales y equivalencia, con el fin de que el estudiante al tener claras estas ideas, tenga fácil la transición hacia la parte numérica, comprender que la partición puede realizarse de objetos o de conjuntos (Arroyave, Ciro y Ocampo, 2016, p. 53).

f) Comparativo ítem 6

La cantidad de estudiantes que respondieron correctamente en la prueba de entrada, que eran 7 y que representaban al 33,3% de la muestra, creció en la prueba de salida a 19, que representan al 90,5%. Mientras que, la cantidad de estudiantes que respondieron incorrectamente descendió de 14, o sea 66,7%, a 2, que representa al 9,5% de estudiantes.

Procedemos a realizar un análisis sobre las respuestas de los estudiantes. V.gr. por qué los estudiantes marcaron la alternativa a).



Teniendo en cuenta que esta fracción está expresada con cantidades discretas, los estudiantes eligieron esta opción, porque consideran los elementos de esta colección como independientes, y lo único que hicieron fue contar los elementos y representarlo simbólicamente, inclusive utiliza los cuadros para representarlo. Aquí se nota, que aún no ha desarrollado la noción de que una colección de objetos también puede formar un todo y dividirse en partes equivalentes o congruentes.

Lizarde, (2014) refiere que, cuando se considera una cantidad discreta, hay que tener cuidado al querer darle sentido concreto a la relación parte-todo e incluso complejiza el sentido de la fracción impropia.

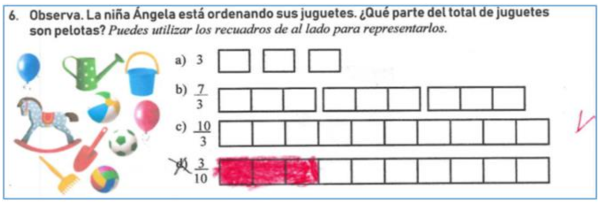
Entonces, no solo se trata de plantear actividades o problemas diversos, tanto con cantidades continuas o discretas, sino es necesario tener en claro que el tratamiento con cantidades discretas es más complejo, este autor citando a Fandiño, (2009) plantea, por ejemplo que, se pueden hallar los ¾ de 12 personas (se trata de 9 personas) pero es imposible darle sentido concreto a los 3/5.

Sería necesario entonces distinguir: dada una unidad-todo discreta, existen algunas fracciones que tienen un sentido concreto y otras que no lo tienen (p. 50). A pesar de que en esta situación problemática la representación pictórica tiene una interpretación concreta, algunos estudiantes tuvieron la dificultad de relacionar el todo (colección de objetos) dividido en partes iguales.

Comprensión que fue superado en la prueba de salida, en el que, inclusive coloreaban lo que representaba la fracción.

Debido a que, en las sesiones de aprendizaje, además de propiciar el uso de diversas representaciones matemáticas, se fue trabajando con cantidades continuas y discretas, en el desarrollo de las cuales, mediante la lista de cotejo se fue observando la dificultad que tenían los estudiantes en trabajar con cantidades discretas, sin embargo, les resultaba muy interesante.

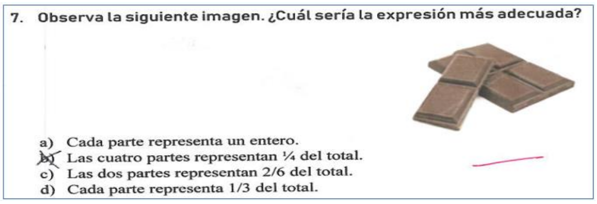
Este es un ejemplo de las respuestas más frecuente en la prueba de salida:



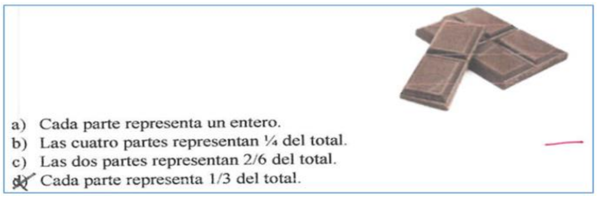
g) Comparativo ítem 7

La cantidad de 5 estudiantes que respondieron correctamente en la prueba de entrada se incrementó a 19, es decir de 23,8% a 90.5%. En cambio, de 16 estudiantes que respondieron incorrectamente, descendió a 2, es decir, de 76,2% a 9,5%. Esta actividad trataba de elegir una representación escrita a partir de una representación pictórica.

El análisis de las respuestas elegidas por los estudiantes nos permite deducir que:



En este caso, los estudiantes están tomando como referencia de que hay solo cuatro porciones de chocolate para decir que las cuatro partes son un ¼ del total, pero no toman en cuenta que el total está formado por las seis unidades y no solo las cuatro porciones.



En este caso, la dificultad radicaría en la confusión o por lo menos la poca claridad que tiene el estudiante de definir cuál es la parte y cuál el todo, ha considerado solo la parte fracturada, y no las seis porciones de chocolate que forman el todo, por otro lado, cada parte no podría representar 1/3, porque hay seis partes. Los estudiantes aún no han logrado comprender la noción de fracción como parte-todo, se observa que la noción de dividir en partes se convierte en un obstáculo para la comprensión de la fracción, porque solo se le considera como una parte desmembrada.

Algunos respondieron que "cada parte representa un entero" (alternativa a), lo que evidencia que no comprenden que un entero está formado de partes y las partes conforman un entero. No diferencian cuando un objeto (o colección) o una porción de él, forman un todo o una parte. Luego de la intervención pedagógica esta dificultad fue superada por la mayoría de estudiantes, tal como se observa en el gráfico.

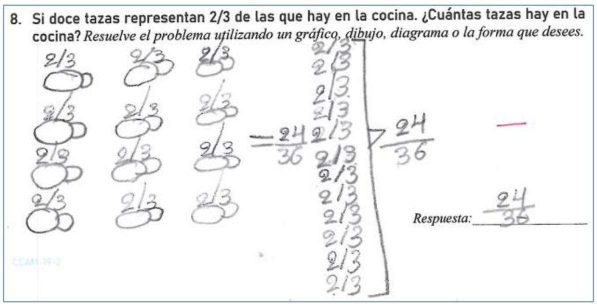
Arroyave et al., citando a Fandiño, (2009) refiere que, si se considera la fracción como una relación parte-todo, hay una gran diferencia dependiendo si el 'todo' (la unidad), está constituido por algo continuo o si está constituido por un conjunto discreto, nuevamente se asume que es importante tener en cuenta la complejidad del abordaje de las cantidades discretas, para diseñar los procesos de aprendizaje.

h) Comparativo ítem 8

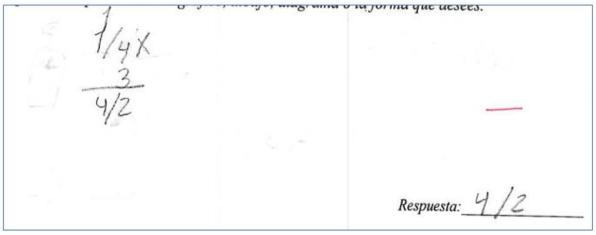
Los resultados mejoraron a diferencia de la prueba de entrada, porque ningún estudiante respondió correctamente en la prueba de entrada, pero en la prueba de salida 13 estudiantes, es decir, 61,9% de los evaluados han mejorado esa situación, respondiendo correctamente. Y que del total de estudiantes que respondieron incorrectamente en la prueba de entrada, en la prueba de salida se redujo a 8 estudiantes, es decir a 38,1%.

Es oportuno mencionar que, esta actividad tuvo mayor complejidad a comparación de las 3 anteriores, porque además de identificar los datos para resolver el problema y la operación que puedan realizar, se les pedía que resuelvan el problema utilizando cualquier tipo de representación y el de su elección.

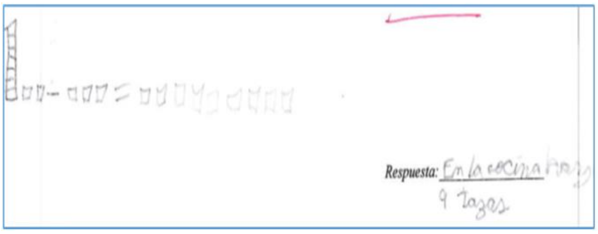
Se procede a analizar algunas de las respuestas de los estudiantes en la prueba de entrada para deducir la concepción que tienen sobre las fracciones y el uso de las representaciones, asimismo, luego comparar lo sucedido con la prueba de salida.



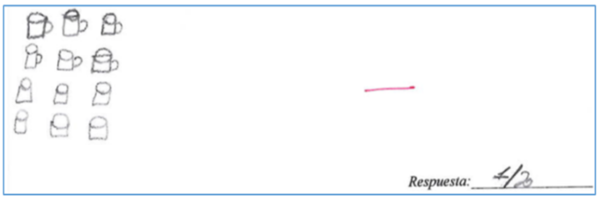
En este caso el estudiante ha representado cada 2/3 como una taza y ha dibujado 12 tazas, para finalmente sumar los numeradores y denominadores, aplicando la noción de adición o multiplicación de números naturales. No ha relacionado la información de que 12 tazas es 2/3 del total, y lo que nos pide hallar es el total. Se muestra un limitado uso de la representación pictórica, solo ha utilizado una representación simbólica usual de una fracción. Además, de que la complejidad de este problema, es porque se trata de una fracción con cantidades discretas. Veamos otros ejemplos:



En esta otra evidencia, al igual que en la anterior aplicaron una técnica operativa con números naturales (multiplicación) para resolver el problema. En esta actividad se aprecia lo que Perera y Valdemoros, (2009) consideran que, a pesar de que las tareas requieren como solución la identificación de fracciones, la generalidad de los niños ignoraron dicha solicitud y escribieron sólo números naturales, o bien, usaron los algoritmos de la aritmética que les son conocidos (p. 42), o lo que expresa Pruzzo, (2012) cuando el alumno no ha asimilado el concepto de número fraccionario recurre al empleo de los esquemas asimiladores anteriores (el número natural) (p. 7), también lo refiere Lizarde, (2014) cuando los niños comparan fracciones y no tienen bien construido el concepto, su conocimiento del campo de los números naturales se convierte en un distractor y fuente de errores (p. 519).



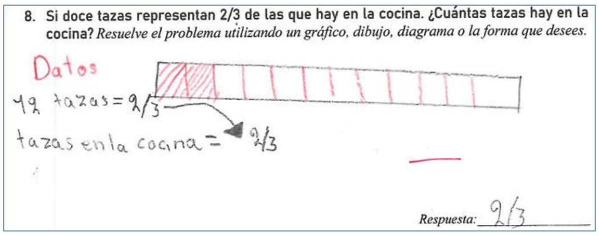
En este caso, la representación también corresponde al tratamiento que se les da a los números naturales, lo que se evidencia en la representación con Base Diez, así como la operación 12-3= 9.



Esta es otra evidencia parecida al de varios estudiantes, aquí representaron las doce tazas, tal como lo harían con números naturales, se nota que en este tipo de problemas con cantidades discretas no es fácil para los estudiantes reconocer el todo y las partes. No se dan cuenta que trata el problema, tienen dificultad en comprender el sentido y contexto del problema. Esto debido a la pocas o nulas ocasiones que tienen los estudiantes de enfrentar a problemas de este tipo que tienen que ver con fracciones con cantidades discretas, tal como se puede evidenciar en los textos escolares y cuadernos de trabajo del Ministerio de Educación. Inclusive, algunos optaron por no resolver el problema, dejando el espacio en blanco. Perera y Valdemoros, aseveran al respecto que, dejaron la colección de objetos sin fraccionar y, por tanto, sin distribuir; (…). Estos estudiantes carecen de los recursos que Kieren, (1983, 1988) señala esenciales para la construcción de la fracción: la identificación de la unidad y su consiguiente partición (p.43).

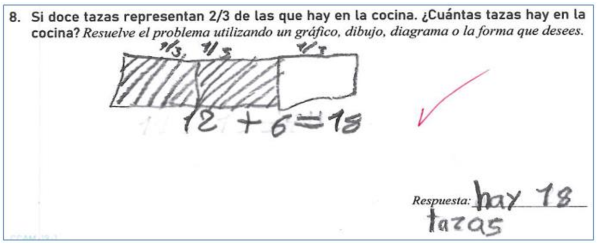
Quispe, (2011) sustenta lo dicho en los siguientes términos, de los contextos continuo y discreto de la fracción como parte-todo, lo que presenta mayor dificultad es del contexto discreto, por consiguiente, se fuerza a que el niño amplíe su esquema de la relación parte-todo (p.75).

Si bien es cierto, que luego de la experimentación aplicando las distintas formas de representación matemática, los resultados de aprendizaje mejoraron en la prueba de salida. Sin embargo, un buen porcentaje de estudiantes siguen mostrando algunos errores de comprensión y representación, a pesar de haber enriquecido o incorporado una variedad de representaciones, verbigracia:

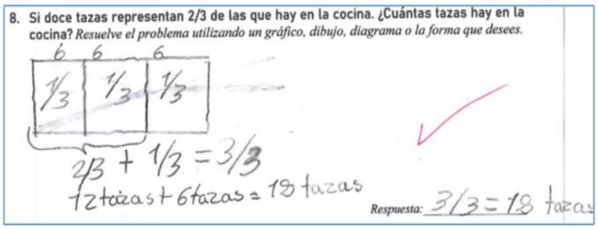


Al estudiante aún le resulta difícil establecer cuál sería el todo y las partes, es que tampoco es una operación sencilla, Llinares y Sánchez, citados por Pruzzo, manifiestan que, resulta muy difícil concebir la diferencia entre tomar partes de un todo y repartir uno o varios todos (p. 6).

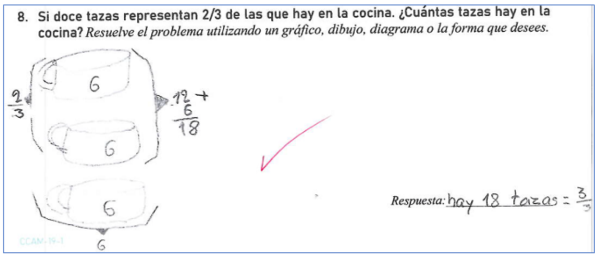
Por otro lado, luego de la aplicación de las diferentes formas de representación, en la prueba de salida se puede visualizar formas de representación diversas y muy creativas de parte de los estudiantes:



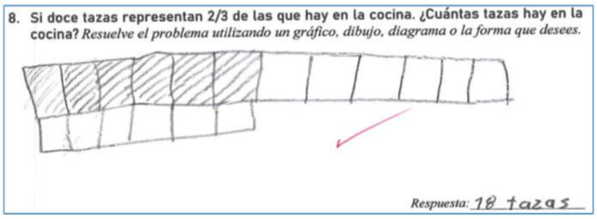
En este caso, solo ha graficado y relacionado la fracción con la cantidad de tazas, no requirió de la técnica operativa de la adición de fracciones. Reconocer que 2/3 implica estar tomando 2 partes de las 3 que tiene la cantidad total de tazas, le ayudó a resolver el problema, por lo tanto, solo faltaba saber cuánto es la otra parte para hallar el total de tazas.



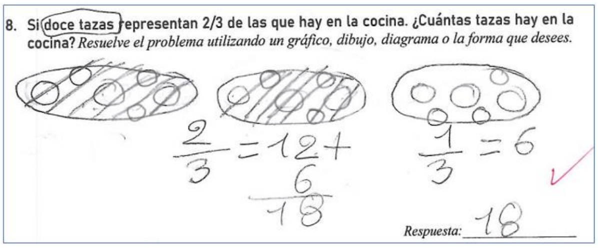
Algo similar sucede en este caso, a pesar de no haber respondido la pregunta del problema, hay que destacar que el estudiante tuvo la intención de relacionar los 3/3 como el total de tazas, concluyó que cada parte es 1/3, que equivale a 6 tazas, y que en la situación planteada hay 3/3 que representa al todo, 18 tazas. Relacionado a este aspecto de mejora, Moreno et al., (2017) hace referencia de que una de las ventajas de utilizar las representaciones semióticas es que, el hecho de presentar los objetos matemáticos a través de sus múltiples representaciones, permite atender a las singularidades de aprendizaje de cada alumno, optando por unas u otras y coordinándolas entre sí, en función de sus estilos cognitivos (p. 5).



En este caso, el estudiante realizó una representación pictórica, lo fundamental fue identificar una de las tres partes como 6 tazas, relacionar los 2/3 con 12 tazas y luego sumar los otros 6 que representan 1/3 del total.



En esta otra evidencia, una representación gráfica, lo que hizo el estudiante es representar las tres partes, y cada una de ellas dividirla en tantas partes como tazas conforman esta porción. Para luego simplemente contar el total de cuadritos.



Esta evidencia nos muestra una representación más elaborada, ha utilizado una representación gráfica, simbólica y ha realizado algunas operaciones. Ha destacado la cantidad de 12 tazas como 2/3, por lo tanto, ha dibujado las 12 tazas dividido en dos grupos, porque cada uno es 1/3, inclusive lo ha destacado con trazos oblicuos. Luego ha agregado el 1/3 que faltaba. Es notorio, que el estudiante ha comprendido que la colección de tazas es el todo y está dividido en 3 partes iguales. Así lo hicieron también algunos otros estudiantes.

Pero es claro, que no todos los estudiantes han logrado comprender la noción de fracciones como parte-todo con cantidades discretas, como muestra de ello, es el resultado comparativo del ítem 8, que requiere una atención especial y amplia.

Finalmente, estos resultados comparativos nos muestran de manera específica, los cambios suscitados producto de la intervención pedagógica realizada, es decir, producto de la ejecución de las sesiones de aprendizaje enfatizando el uso de las representaciones matemáticas, porque permitió brindar a los estudiantes una oportunidad de relacionarse con una variedad de representaciones matemáticas y con cantidades que no son usuales en su contexto educativo. Siguiendo la línea teórica de Duval, (2006a) la comprensión (matemática) no significa dar un salto desde el contenido de una representación hasta el concepto puramente matemático representado, sino en relacionar diversos contenidos de representación del mismo concepto, y las sesiones de aprendizaje desarrolladas por el investigador, asumiendo el rol de docente, cumplió esa función, no, de que se aprendieran el concepto matemático, sino utilicen y movilicen las distintas formas de representación matemática, para que logren comprender la noción de fracciones como parte-todo con cantidades continuas y discretas. Tamayo, (2006) en términos más específicos dice que, en el proceso de construir estas representaciones semióticas, una de las funciones principales de los maestros, la más importante referida al proceso de enseñanza-aprendizaje, es la de hacer evidente a sus estudiantes los procesos de transformación y de conversión que se requieren para el paso de una representación a otro (p. 47). Marshall et al., (2010) refrendan lo dicho, los maestros deben ayudar a los alumnos a comprender que las representaciones son herramientas para modelar e interpretar fenómenos matemáticos, representar aspectos de situaciones en términos matemáticos y enfatizar la importancia de representar ideas matemáticas de diversas maneras (p. 40). Porque el uso de representaciones no es un aprendizaje espontáneo, sino más bien intencional y consciente. Consideramos todavía una tarea pendiente en nuestro contexto escolar próximo.

Respecto al objetivo general, determinar la influencia de la aplicación de las formas de representación matemática en el aprendizaje de las fracciones en el cuarto grado de Educación Primaria, el presente estudio ha demostrado que influye positivamente, mediante la prueba estadística de Wilcoxon, con p-valor de 0,000, menor al nivel de significancia.

Significa que la aplicación de la variable independiente, es decir, aplicar las formas de representación matemática en el aprendizaje de las fracciones, ha sido favorable, lo que se demuestra en los resultados obtenidos. Pero ¿por qué podría haber influenciado significativamente en el aprendizaje de los estudiantes? Ya decía Duval, (2006a) en su artículo denominado "Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación", que la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación y en el uso de diversas formas de representación, por lo que, no se puede hacer matemática, y mucho menos en escuelas primarias, alejadas de la representación matemática; y que esos contextos de representación en la matemática son necesariamente semióticos.

En esa misma línea, Camargo, (2013) expresaba que no es suficiente la exposición del docente para que se pueda adquirir un concepto, se debería recurrir a diferentes registros de representación y para ello eran fundamentales las actividades que se propongan a los estudiantes, que no es suficiente proponer actividades para que los estudiantes puedan aprehender los conceptos o contenidos matemáticos, sino básicamente actividades que permitan la conversión, lo que implica utilizar por lo menos dos registros semióticos diferentes. (p.1844).

Es por esta razón, la vital importancia de que los estudiantes en la Educación Primaria desarrollen los aprendizajes de la matemática utilizando los diversos tipos de representación, y más que eso transitando de una a otra de acuerdo a las situaciones que se les plantee. Al respecto, producto de un estudio muy serio, Oviedo, Kanshiro, Bnzaquen y Gorrochategui, (2012) planteaban literalmente que, el pasaje de un sistema de representación a otro o la puesta en juego simultánea de varios sistemas de representación en el desarrollo de una clase no resulta, para nada, evidente o espontáneo para nuestros alumnos. En general les cuesta reconocer el mismo objeto a través de sus representaciones en distintos registros semióticos (p. 31).

Entonces mientras los estudiantes, no tengan experiencias de representación, tratamiento y conversión de estas representaciones, no tengan oportunidades de representar los conceptos o contenidos matemáticos, porque no son reales, solo podemos acceder a ellas mediante la representación, es poco probable que comprendan el sentido de lo que quieren aprender y también lo que, los docentes deseen enseñar.

Producto de los resultados alcanzados se puede plantear que, las formas de representación matemática, aplicados de manera permanente y adecuada en la enseñanza docente, pero principalmente, empleados por los estudiantes, no solo en el aprendizaje de todo lo que corresponde a las fracciones, sino de otros contenidos matemáticos establecidos en el currículo escolar, se verían favorecidos significativamente.

CONCLUSIÓN

Producto de la experimentación pedagógica, aplicando las formas de representación matemática, los estudiantes mejoraron sus niveles de aprendizaje de las fracciones respecto a la prueba de entrada, ubicándose un 47,6% en el nivel satisfactorio, es decir 10 estudiantes; mientras 47,6%, 10 estudiantes en el nivel en proceso y sólo el 4,8%, es decir 1 estudiante se encuentra en el nivel en inicio.

La aplicación sistemática de las formas de representación matemática (vivencial, concreta, pictórica, gráfica, simbólica y de expresión verbal y escrita) influyen positivamente en el aprendizaje de las fracciones en el cuarto grado de Educación Primaria.

La aplicación de las formas de representación matemática influye positivamente en el aprendizaje de las fracciones parte-todo con cantidades continuas en el cuarto grado de Educación Primaria.

La aplicación de las formas de representación matemática influye positivamente en el aprendizaje de las fracciones parte-todo con cantidades discretas en el cuarto grado de Educación Primaria.

REFERENCIAS

[1] Camargo, A. P. (2013). El papel de los registros de representación semiótica en la enseñanza y el aprendizaje del cálculo. Actas del VII CIBEM. UCU. Uruguay. http://cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/872.pdf

[2] Castro, O.R. (2017). Comprensión del concepto de fracción en los estudiantes en formación inicial de Educación Primaria. Una mirada desde la teoría de campos conceptuales. Universidad Antonio Ruiz de Montoya.

[3] D'Amore, B. (2001). Objetos matemáticos y registros semióticos: ¿qué es aprender conceptos matemáticos. En Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. FER/EDIGRAFOS.

[4] Duval, R. (2006a). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. LA GACETA de la Real Sociedad Matemática Española. 9(1), 143-168. https://skat.ihmc.us/rid=1JM80DWCV-2BL5619-23T/

[5] Duval, R. (2006b). Transformations de representations semiotiques et demarches de

pensee en mathematiques. Actas de la XXXII Coloquio COPIRELEM, 67-89. IREM Estrasburgo. http://www.arpeme.fr/documents/57D29967BB6F8B17028B.pdf
[6] Fazio, L. y Siegler, R. (2011). Enseñanza de las fracciones. Academia Internacional de Educación (IAE). Impreso en Quito, Ecuador. http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002127/212781S.pdf
[7] Marshall, A. M., Castro, A. & Canty, R. S. (2010). Discover strategies to engage young math students in competently using multiple representations. The National Council of Teachers of Mathematics. 17(2010), 38-47. http://www.4j.lane.edu/wp-content/uploads/2014/11/
[8] Martinez, M.C. y Meza, A. (2017). Adición entre Fracciones como Parte de un Todo Utilizando El Juego Con Regletas A3. Tesis. Universidad Autónoma de Manizales.
[9] Ministerio de Educación (2015a). Rutas del Aprendizaje. ¿Qué y cómo aprenden nuestros niños y niñas? Matemática, 3. ° y 4. ° grados de Educación Primaria. Fascículo 1.
[10] Niño, A. y Raad, Y. (2018). Interpretación de “la fracción como relación parte-todo” en contextos continuos y discretos, a partir de la implementación de una secuencia didáctica que privilegia la competencia comunicativa. Tesis. Pontificia Universidad Javeriana.
[11] Oviedo, L.M., Kanashiro, A.M., Bnzaquen, M. & Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. Revista Aula Universitaria. 13(), 29-36. https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar › AulaUniversitaria
[12] Perera, P.B. & Valdemoros, M.E. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. Revista Educación Matemática. 21 (1), 29-61. http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n1/v21n1a3.pdf
[13] Pruzzo, V. (2012). Las fracciones: ¿problema de aprendizaje o problemas de la enseñanza? Facultad de Ciencias Humanas - Universidad Nacional de La Pampa. Revista Pilquen • Sección Psicopedagogía. 14(8). https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4059230.pdf
[14] Ríos, Y. (2007). Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. Revista Omnia. Universidad de Zulia, Venezuela. 13(02), 120-157. https://www.redalyc.org/pdf/737/73713207.pdf
[15] Tamayo, O. (2006). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Revista Educación y Pedagogía, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. 18(45) 37-49. https://aprendeenlinea.udea.edu.co
[16] Vieyra, M.I. (2010). Comunicación matemática en las primeras edades: representación de problemas aritméticos. Universidad Autónoma de Barcelona.